

(問題 19)

点 O に固定した長さ $2r[m]$ の軽い糸に、質量 m の小球をつける。糸がたるまないように小球を水平の位置 A まで持ち上げ、静かに離す。小球が最下点 B を通る瞬間、糸は B の真上 $r[m]$ の距離の点 C にある釘に触れ、その後、小球は点 C を中心とする円運動をする。

(1) 小球が点 B を通るときの、小球の速さ $v_B[m/s]$ を求めよ。

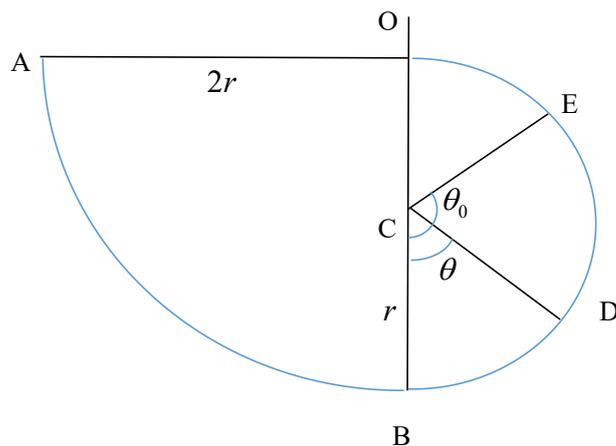
(2) 小球が点 B を通る直前の糸が小球を引く力の大きさ $T_{B1}[N]$ と

小球が点 B を通った直後の糸が小球を引く力の大きさ $T_{B2}[N]$ を求めよ。

(3) 小球が点 D を通るときの、小球の速さ $v_D[m/s]$ と糸が小球を引く力

の大きさ $T_D[N]$ を求めよ。

(4) 小球が点 E に達したとき、糸がたるんだとする。 $\cos \theta_0$ を求めよ。



(解答)

(1) エネルギー保存則より

$$mg2r = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = 2\sqrt{gr}[m/s]$$

(2)

$$T_{B1} = mg + m \frac{v_B^2}{2r} = mg + m \frac{4gr}{2r} = 3mg [N]$$

$$T_{B2} = mg + m \frac{v_B^2}{r} = mg + m \frac{4gr}{r} = 5mg [N]$$

(3)

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgr(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$2gr = gr(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}v_D^2$$

$$gr(1 + \cos \theta) = \frac{1}{2}v_D^2$$

$$v_D = \sqrt{2gr(1 + \cos \theta)} [m/s]$$

$$T_D = mg \cos \theta + m \frac{v_D^2}{r} = mg \cos \theta + 2mg(1 + \cos \theta) = mg(2 + 3 \cos \theta) [N]$$

(4)

糸がたるむ \Rightarrow 糸の張力が 0

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgr(1 - \cos \theta_0) + \frac{1}{2}mv_E^2$$

$$2mgr = mgr(1 - \cos \theta_0) + \frac{1}{2}mv_E^2$$

$$v_E^2 = 2gr(1 + \cos \theta_0)$$

$$T_E + mg \cos(\pi - \theta_0) = m \frac{v_E^2}{r}$$

$$T_E - mg \cos \theta_0 = 2mg(1 + \cos \theta_0)$$

$$T_E = mg(2 + 3 \cos \theta_0)$$

$$2 + 3 \cos \theta_0 = 0 \Rightarrow \cos \theta_0 = -\frac{2}{3}$$